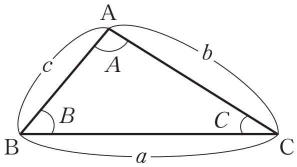
# 第6講　三角比(1)

## 【基礎確認事項】

### ［1］　三角比

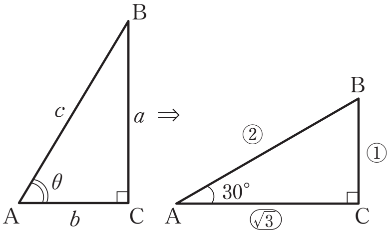
以下では，三角形ABC において，
辺の長さについて　BC$=a$，CA$=b$，AB$=c$
角の大きさについて　∠A$=A$，∠B$=B$，∠C$=C$
と表すこととする．




$A=\theta$，$C=90^\circ$ の直角三角形について考える．

□ $\theta$ の大きさを決めると $B$ の大きさも決まり，これにより 3 辺の長さ $a$，$b$，$c$ の比が定まる．

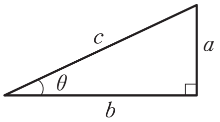
**例**　$\theta=30^\circ$ と定めると
$a:b:c=1:\sqrt{3}:2$ と定まる．




□ $\theta$ の大きさに対する $\dfrac{a}{c}$，$\dfrac{b}{c}$，$\dfrac{a}{b}$ の値をそれぞれ $\theta$ の**正弦**（サイン sine），**余弦**（コサイン cosine），**正接**（タンジェント tangent）といい，それぞれ $\sin\theta$（サイン $\theta$），$\cos\theta$（コサイン $\theta$），$\tan\theta$（タンジェント $\theta$）と表す．

**例**　$\theta=30^\circ$ とすると，$\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$，$\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

正弦 $\sin\theta=\dfrac{a}{c}$　　余弦 $\cos\theta=\dfrac{b}{c}$　　正接 $\tan\theta=\dfrac{a}{b}$




□正弦，余弦，正接をあわせて**三角比**という．三角比の値を表す際には，比の意味合いから分母の有理化は必ずしも必要とはしない．

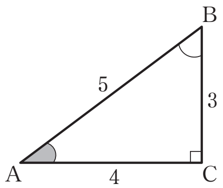
□また，3 辺の長さ $a$，$b$，$c$ のうち 2 辺の長さを決めると，三平方の定理により残り 1 辺の長さが決まり，それによって $A$ の三角比が定まる．

**例**　$a=3$，$b=4$ のとき $c=5$ であり，

$\sin A=\dfrac{3}{5}$，$\cos A=\dfrac{4}{5}$，$\tan A=\dfrac{3}{4}$　である．

またこのとき，同様に $B$ の三角比が定まり，

$\sin B=\dfrac{4}{5}$，$\cos B=\dfrac{3}{5}$，$\tan B=\dfrac{4}{3}$ である．



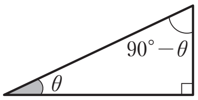

□ $B=90^\circ-A$ より，$90^\circ-\theta$ の三角比について以下のことがいえる．

$\sin\theta=\dfrac{a}{c}=\cos(90^\circ-\theta)$，$\cos\theta=\dfrac{b}{c}=\sin(90^\circ-\theta)$，$\tan\theta=\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{\tan(90^\circ-\theta)}$　より


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$\sin(90°-\theta)=\cos\theta$　　$\cos(90°-\theta)=\sin\theta$

$\tan(90°-\theta)=\dfrac{1}{\tan\theta}$



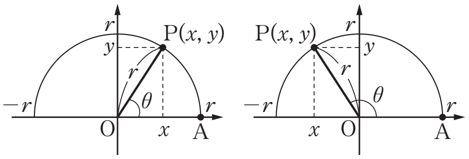

⇒ C&U 1

## ［2］ 三角比の拡張

□座標平面上に原点Oを中心とする半径$r$の半円を描き，A$(r,\ 0)$とする．また，円周上の点をP$(x,\ y)$，$\angle$POA$=\theta$とする．このとき，$\theta$の三角比を次のように定義する．

$\sin\theta=\dfrac{y}{r}$　　$\cos\theta=\dfrac{x}{r}$　　$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$

ただし，$\theta=90°$のときは$\tan\theta$は定義されない．

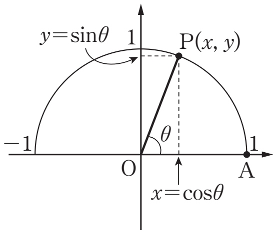



□また，このことより $x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta$ である．

□$r=1$のとき，上の円は原点中心，半径1の円（単位円）となり，三角比の定義は以下のようになる．

$\sin\theta=y$　　$\cos\theta=x$　　$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$

つまり単位円の円周上に右上図のように$\angle$AOP$=\theta$となる点P$(x,\ y)$をとると，その$x$座標が$\cos\theta$の値であり，$y$座標が$\sin\theta$の値である．

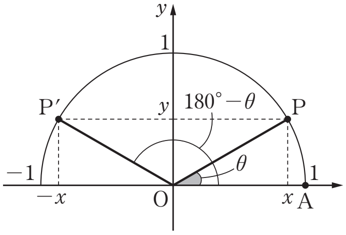



□また，点Pと$y$軸に関して対称な点P′をとると，図形の対称性よりP′も単位円上にある．また，$\angle$AOP′$=180°-\theta$である．

$\sin\theta=y,\ \sin(180°-\theta)=y$

$\cos\theta=x,\ \cos(180°-\theta)=-x$

$\tan\theta=\dfrac{y}{x},\ \tan(180°-\theta)=-\dfrac{y}{x}$ であることより




$\sin(180°-\theta)=\sin\theta$　　$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$　　$\tan(180°-\theta)=-\tan\theta$

である．

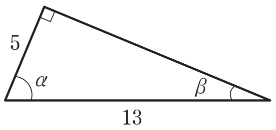
⇒ C&U 2 3



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## 【CHECK & UP】

**1**　右の図の直角三角形について，次の値を求めよ．

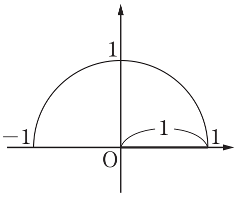



（1）$\sin\alpha$　　（2）$\cos\alpha$　　（3）$\tan\alpha$

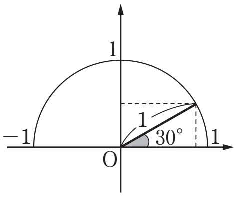
（4）$\sin\beta$　　（5）$\cos\beta$　　（6）$\tan\beta$

**2**　図を参考にして，$\theta$ が次の角度のときの $\sin\theta$，$\cos\theta$ の値を求めよ．

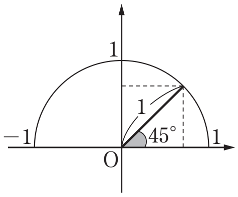
（1）0°



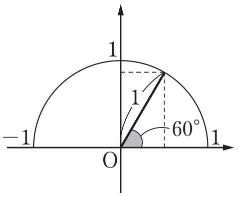

（2）30°



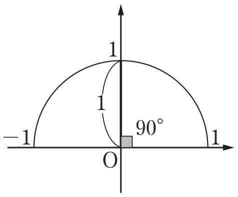

（3）45°



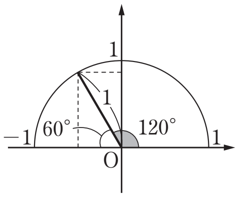

（4）60°



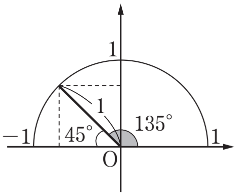

（5）90°



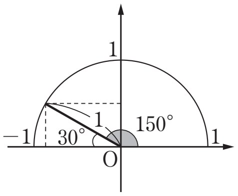

（6）120°



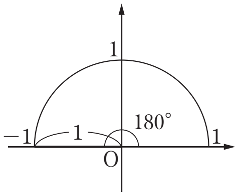

（7）135°




（8）150°




（9）180°




**3**　次の三角比を 0° から 45° の三角比で表せ．

（1）$\sin 105°$　　（2）$\cos 110°$　　（3）$\tan 155°$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

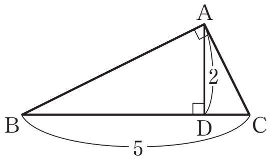
< Note >

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第6講　三角比(1)

**1** [1]　右図のような直角三角形 ABC において，頂点 A から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC との交点を D とする．AB＞AC，BC＝5，AD＝2 とするとき，$\sin B$，$\cos B$ の値を求めよ．




[2]　$\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC で，$\sin A=\dfrac{2}{3}$ のとき，次の三角比の値を求めよ．

(1)　$\cos A$，$\tan A$　　(2)　$\sin B$，$\cos B$，$\tan B$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

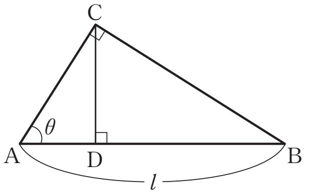
< Note >



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2** ［1］ 1辺の長さが8である正五角形の対角線の長さを求めよ．ただし，必要ならば $\cos 36^\circ = 0.8090$ を用いよ．

［2］ $C=90^\circ$ の直角三角形ABCにおいて，頂点Cから辺ABに下ろした垂線と辺ABとの交点をDとする．$\mathrm{AB}=l$，$\angle\mathrm{BAC}=\theta$ とするとき，次の長さを $l$，$\theta$ を用いて表せ．




(1) AC　　(2) BC　　(3) AD　　(4) CD



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3** ［1］ $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする．$t$ が次の値をとるとき，$\sin\theta = t$ を満たす $\theta$ の値を求めよ．

（1） $t=0$　（2） $t=\dfrac{1}{2}$　（3） $t=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　（4） $t=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　（5） $t=1$

［2］ $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする．$s$ が次の値をとるとき，$\cos\theta = s$ を満たす $\theta$ の値を求めよ．

（1） $s=0$　（2） $s=\dfrac{1}{2}$　（3） $s=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　（4） $s=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　（5） $s=1$

（6） $s=-\dfrac{1}{2}$　（7） $s=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　（8） $s=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　（9） $s=-1$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第６講　三角比(1)

(1)　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする．$\cos\theta = \dfrac{12}{13}$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$，$\tan\theta = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ である．

(2)　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす $\theta$ は $\theta = \boxed{キク}°$，$\boxed{ケコサ}°$ である．また，$\theta = \boxed{ケコサ}°$ のとき $\cos\theta$ の値は $-\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第６講　三角比(1)

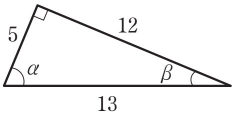
## 【CHECK & UP】

**1**

(1) $\sin\alpha=\frac{12}{13}$　(2) $\cos\alpha=\frac{5}{13}$

(3) $\tan\alpha=\frac{12}{5}$　(4) $\sin\beta=\frac{5}{13}$

(5) $\cos\beta=\frac{12}{13}$　(6) $\tan\beta=\frac{5}{12}$




直角三角形において，それぞれの三角比がどの２辺の比を表すのかを理解すること．
　また，$\alpha$ と $\beta$ がそれぞれ余角 $90°-\theta$ の関係になっていることに注目し，$90°-\theta$ と $\theta$ の三角比の関係を頭に入れたい．

**2**

(1) $\sin 0°=0$　$\cos 0°=1$

(2) $\sin 30°=\frac{1}{2}$　$\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\sin 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}$　$\cos 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}$

(4) $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\cos 60°=\frac{1}{2}$

(5) $\sin 90°=1$　$\cos 90°=0$

(6) $\sin 120°=\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\cos 120°=-\frac{1}{2}$

(7) $\sin 135°=\frac{1}{\sqrt{2}}$　$\cos 135°=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(8) $\sin 150°=\frac{1}{2}$　$\cos 150°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(9) $\sin 180°=0$　$\cos 180°=-1$

この問題で出題された角度は「有名角」と呼ばれる．そのときの sin と cos の値もまた有名なものである．最初は直角三角形をイメージする必要があるかもしれないが，徐々に角度とその三角比の値をダイレクトでつなげられるようにしたい．さらにその値を，単位円の円周上の点の座標と視覚的につなげられるようになるとベスト．

**3**

(1) $\sin 105°=\sin(180°-75°)=\sin 75°$
$=\sin(90°-15°)=\mathbf{\cos 15°}$

(2) $\cos 110°=\cos(180°-70°)=-\cos 70°$
$=-\cos(90°-20°)=\mathbf{-\sin 20°}$

(3) $\tan 155°=\tan(180°-25°)=\mathbf{-\tan 25°}$

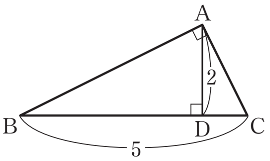
与えられた角を $90°-\theta$ や $180°-\theta$ の形で表すことができれば，$\theta$ の三角比に変えることができる．$90°-\theta$ や $180°-\theta$ の形に表し直したときはまだ三角比の種類はそのままである．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第6講　三角比(1)

**1** [1]　右図のような直角三角形 ABC において，頂点 A から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC との交点を D とする．$AB>AC$，$BC=5$，$AD=2$ とするとき，$\sin B$，$\cos B$ の値を求めよ．




$\triangle ABD \backsim \triangle CBA \backsim \triangle CAD$ より $BD:AD=AD:CD$　つまり　$BD:2=2:CD$

よって　$BD \cdot CD=4$

ここで $BD=x$ とおくと $CD=5-x$

したがって　$x\cdot(5-x)=4$　　$x^2-5x+4=0$　　$x=1,\ 4$

ここで　$AB>AC$ より $DB>DA$ かつ $DA>DC$

ゆえに　$BD>DC$ であるから　$BD=4,\ CD=1$

三平方の定理より　$AB=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

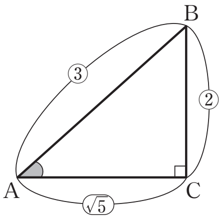
よって　$\sin B=\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\boldsymbol{\dfrac{1}{\sqrt{5}}}$，$\cos B=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\boldsymbol{\dfrac{2}{\sqrt{5}}}$

**1** [2]　$\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC で，$\sin A=\dfrac{2}{3}$ のとき，次の三角比の値を求めよ．

(1)　$\cos A$，$\tan A$　　　　(2)　$\sin B$，$\cos B$，$\tan B$

$C=90^\circ$ である三角形 ABC においては $A$ は鋭角．

$\sin A=\dfrac{2}{3}$ より　$AB:BC:CA=3:2:\sqrt{5}$




(1)　$\boldsymbol{\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}}$　　$\boldsymbol{\tan A=\dfrac{2}{\sqrt{5}}}$

(2)　$B=90^\circ-A$ より

$\sin B=\cos A=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{5}}{3}}$　　$\cos B=\sin A=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}}$　　$\tan B=\dfrac{1}{\tan A}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{5}}{2}}$

**2** [1]　1辺の長さが8である正五角形の対角線の長さを求めよ．ただし，必要ならば $\cos 36^\circ=0.8090$ を用いよ．

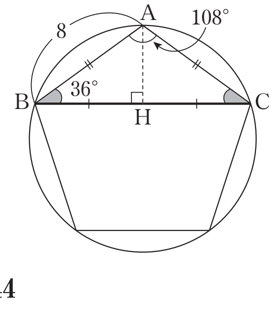
1辺の長さが8である正五角形の1つの内角の大きさは

$(180^\circ\times 3)\div 5=108^\circ$

よって右図の二等辺三角形 ABC において，

頂角 $A$ の二等分線と辺 BC が交わる点を H とすると，

$\angle ABH=36^\circ$



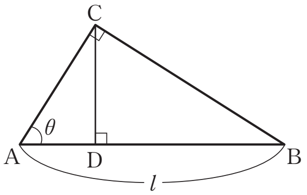

したがって　$BH=AB\cos 36^\circ=8\cos 36^\circ$

ゆえに求める対角線の長さは　$2BH=16\cos 36^\circ=16\times 0.8090=\mathbf{12.944}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 ［2］ $C=90^\circ$ の直角三角形 ABC において，頂点 C から辺 AB に下ろした垂線と辺 AB との交点を D とする．$AB=l$，$\angle BAC=\theta$ とするとき，次の長さを $l$，$\theta$ を用いて表せ．

（1） AC　（2） BC　（3） AD　（4） CD




（1） $AC=\boldsymbol{l\cos\theta}$　（2） $BC=\boldsymbol{l\sin\theta}$

（3） $AD=AC\cos\theta=\boldsymbol{l\cos^2\theta}$　（4） $CD=AC\sin\theta=\boldsymbol{l\sin\theta\cos\theta}$

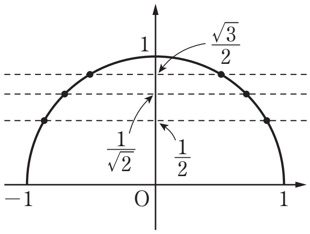
3 ［1］ $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ とする．$t$ が次の値をとるとき，$\sin\theta=t$ を満たす $\theta$ の値を求めよ．

（1） $t=0$　（2） $t=\dfrac{1}{2}$　（3） $t=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　（4） $t=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　（5） $t=1$

（1） $\boldsymbol{\theta=0^\circ,\ 180^\circ}$　（2） $\boldsymbol{\theta=30^\circ,\ 150^\circ}$

（3） $\boldsymbol{\theta=45^\circ,\ 135^\circ}$　（4） $\boldsymbol{\theta=60^\circ,\ 120^\circ}$

（5） $\boldsymbol{\theta=90^\circ}$




3 ［2］ $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ とする．$s$ が次の値をとるとき，$\cos\theta=s$ を満たす $\theta$ の値を求めよ．

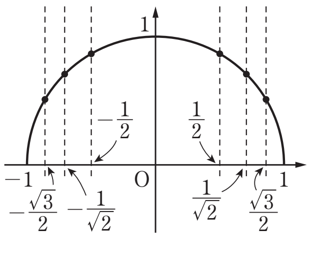
（1） $s=0$　（2） $s=\dfrac{1}{2}$　（3） $s=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　（4） $s=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　（5） $s=1$

（6） $s=-\dfrac{1}{2}$　（7） $s=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　（8） $s=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　（9） $s=-1$

（1） $\boldsymbol{\theta=90^\circ}$　（2） $\boldsymbol{\theta=60^\circ}$　（3） $\boldsymbol{\theta=45^\circ}$

（4） $\boldsymbol{\theta=30^\circ}$　（5） $\boldsymbol{\theta=0^\circ}$　（6） $\boldsymbol{\theta=120^\circ}$

（7） $\boldsymbol{\theta=135^\circ}$　（8） $\boldsymbol{\theta=150^\circ}$　（9） $\boldsymbol{\theta=180^\circ}$




ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

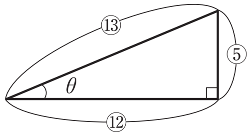
# 第６講　三角比(1)

(1)　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする．$\cos\theta = \dfrac{12}{13}$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$，$\tan\theta = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ である．

(2)　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす $\theta$ は $\theta = \boxed{キク}°$，$\boxed{ケコサ}°$ である．また，$\theta = \boxed{ケコサ}°$ のとき $\cos\theta$ の値は $-\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である．

(1)　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ の範囲で $\cos\theta = \dfrac{12}{13} > 0$ より $\theta$ は鋭角である．

よって右図より　$\sin\theta = \mathbf{\dfrac{5}{13}}$，$\tan\theta = \mathbf{\dfrac{5}{12}}$

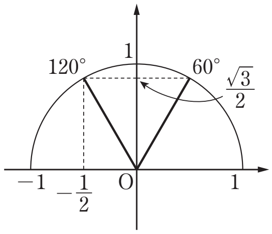



(2)　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき

$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ より　$\theta = \mathbf{60°}$，$\mathbf{120°}$

また $\theta = \mathbf{120°}$ のとき

$\cos\theta = \cos 120° = -\mathbf{\dfrac{1}{2}}$




ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。